

# *Analisis Korespondensi*

Correspondence Analysis



# Apa Analisis Korespondensi

---

# Korespondensi Analisis adalah adalah sebuah tehnik multivariate secara grafik yang digunakan untuk eksplorasi data dari sebuah tabel kontingensi.

→ Memproyeksikan baris-baris dan kolom-kolom dari matriks data sebagai titik-titik ke dalam sebuah grafik dalam sebuah jarak Euclid

---

# Manfaat Analisis Korespondensi

# Mereduksi jumlah kategori dalam peubah

→ kategori-kategori yang mirip digabungkan dalam satu kategori

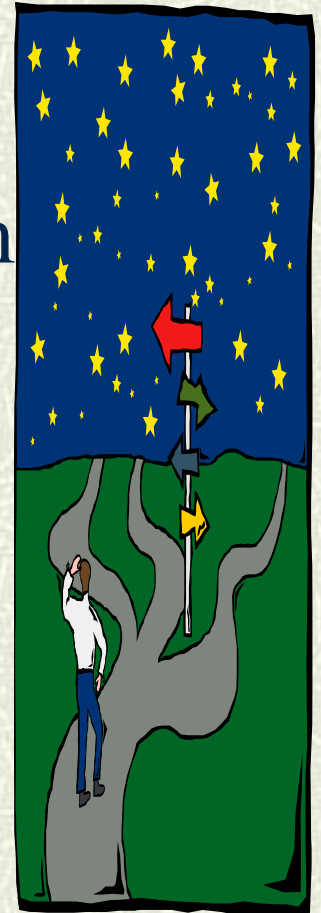
# Melihat hubungan antara dua atau lebih gugus peubah



# Permasalahan Utama dalam Analisis Korespondensi

- # Bagaimana Grafik yang ada mampu merepresentasikan baris-baris atau kolom-kolom tabel kontingensi dalam ruang **berdimensi rendah** namun merangkum informasi sebanyak mungkin.

➡ Generalized Singular Value Decomposition



# Macam Analisis Korespondensi

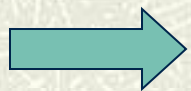
---

# Analisis Korespondensi Sederhana



tabel kontingensi dua arah

# Analisis Korespondensi Berganda



tabel kontingensi multi arah

---

# Beberapa Istilah Dasar dalam Analisis Korespondensi

## # Matriks Korespondensi

Didefinisikan sebagai matriks dari frekuensi relatif pada tabel kontingensi yang berukuran  $a \times b$

$$\mathbf{P}_{a \times b} = (p_{ij}) = \left( \frac{n_{ij}}{n} \right)$$

dimana  $n = \sum_i \sum_j n_{ij}$

# Lanjutan

- ▣ Vektor jumlah baris dari matriks  $\mathbf{P}$

$$\mathbf{r} = \mathbf{P}\mathbf{1} = (p_{1.}, \dots, p_{a.})' = (n_{1..}/n, \dots, n_{a.}/n)'$$

- ▣ Vektor jumlah kolom dari matriks  $\mathbf{P}$

$$\mathbf{c} = \mathbf{P}'\mathbf{1} = (p_{.1}, \dots, p_{.b})' = (n_{.1}/n, \dots, n_{.b}/n)'$$

dimana :

$\mathbf{1} = (1, \dots, 1)'$  adalah sebuah vektor satuan

$$n_{i.} = \sum_{j=1}^b n_{ij} \quad , i = 1, 2, \dots, a$$

$$n_{.j} = \sum_{i=1}^a n_{ij} \quad , j = 1, 2, \dots, b$$

# Lanjutan

## # Matriks diagonal baris

$$\mathbf{D}_r = \text{diag}(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} p_{1.} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_{2.} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_{a.} \end{bmatrix}$$

## # Matriks diagonal kolom

$$\mathbf{D}_c = \text{diag}(\mathbf{c}) = \begin{bmatrix} p_{.1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_{.2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_{.b} \end{bmatrix}$$



# Lanjutan

## # Matriks profil baris

$$\mathbf{R} = \mathbf{D}_r^{-1} \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \frac{p_{11}}{p_{1.}} & \frac{p_{12}}{p_{1.}} & \dots & \frac{p_{1b}}{p_{1.}} \\ \frac{p_{21}}{p_{2.}} & \frac{p_{22}}{p_{2.}} & \dots & \frac{p_{2b}}{p_{2.}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{p_{a1}}{p_{a.}} & \frac{p_{a2}}{p_{a.}} & \dots & \frac{p_{ab}}{p_{a.}} \end{bmatrix}$$

## # Profil baris ke-i

$$\mathbf{r}_i = \left( \frac{p_{i1}}{p_{i.}}, \frac{p_{i2}}{p_{i.}}, \dots, \frac{p_{ib}}{p_{i.}} \right),$$

# Lanjutan

## # Matriks profil kolom

$$\mathbf{C} = \mathbf{D}_c^{-1} \mathbf{P}' = \begin{bmatrix} \frac{p_{11}}{p_{.1}} & \frac{p_{12}}{p_{.1}} & \dots & \frac{p_{a1}}{p_{.1}} \\ \frac{p_{21}}{p_{.2}} & \frac{p_{22}}{p_{.2}} & \dots & \frac{p_{a2}}{p_{.2}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{p_{1b}}{p_{.b}} & \frac{p_{2b}}{p_{.b}} & \dots & \frac{p_{ab}}{p_{.b}} \end{bmatrix}$$

## # Profil kolom ke- $j$

$$\mathbf{c}_j = \left( \frac{p_{1j}}{p_{.j}}, \frac{p_{2j}}{p_{.j}}, \dots, \frac{p_{aj}}{p_{.j}} \right)'$$

# Lanjutan

- ✦ Rataan profil baris (*average row profile*) = Pusat baris (*row centroid*) = *vector of row masses*

$$\mathbf{c} = (p_{.1}, \dots, p_{.b})' = \sum_{i=1}^a p_{i.} \mathbf{r}'_i$$

➡ rata-rata terboboti dari profil baris

- ✦ Rataan profil kolom (*average column profile*) = pusat kolom (*column centroid*) = *vector of column masses*

$$\mathbf{r} = (p_{1.}, \dots, p_{a.})' = \sum_{j=1}^b p_{.j} \mathbf{c}'_j$$

➡ rata-rata terboboti dari profil kolom

# Pendekatan jarak yang digunakan

■ Jarak Khi Kuadrat, yang didefinisikan sbg :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{\left( n_{ij} - \frac{n_{i.} n_{.j}}{n} \right)^2}{\frac{n_{i.} n_{.j}}{n}} = n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{\left( p_{ij} - p_{i.} p_{.j} \right)^2}{p_{i.} p_{.j}} = n \operatorname{tr}(\mathbf{E}) = n \sum_{i=1}^m \lambda_i^2$$

dimana :  $\mathbf{E} = \mathbf{D}_r^{-1} (\mathbf{P} - \mathbf{rc}') \mathbf{D}_c^{-1} (\mathbf{P} - \mathbf{rc}')$

$\lambda_1^2 \geq \dots \geq \lambda_m^2$  adalah akar ciri tak nol dari  $\mathbf{E}$  dan

$$m = \operatorname{rank}(\mathbf{E}) = \operatorname{rank}(\mathbf{P} - \mathbf{rc}') = \operatorname{rank}(\mathbf{P}) - \operatorname{rank}(\mathbf{rc}') = \min(a, b) - 1$$

# Lanjutan

#  $\chi^2$  bisa juga dituliskan sebagai :

$$\chi^2 = n \sum_i p_i \left[ \sum_j \left( \frac{p_{ij}}{p_i} - p_{.j} \right)^2 / p_{.j} \right] = \sum_i np_i \left[ (\mathbf{r}_i - \mathbf{c})' \mathbf{D}_c^{-1} (\mathbf{r}_i - \mathbf{c}) \right]$$
$$= n \sum_i p_i d_i^2$$

dimana :

$$d_i^2 = (\mathbf{r}_i - \mathbf{c})' \mathbf{D}_c^{-1} (\mathbf{r}_i - \mathbf{c}) \Rightarrow \text{Jrk Euclid terboboti}$$

# Lanjutan

---

# *Total inertia* =  $\chi^2/n$  → setara dgn ragam

$$= \sum_i p_i \cdot d_i^2$$

→ Rata-rata pembobot dari jarak kuadrat khi kuadrat antara profil baris-profil baris dengan rata-ratanya

---

# Pereduksian dimensi dengan GSVD

#GSVD dari matriks  $(\mathbf{P} - \mathbf{rc}')$  adalah

$$(\mathbf{P} - \mathbf{rc}') = \mathbf{A}\mathbf{\Lambda}\mathbf{B}'$$

dimana :

${}_a\mathbf{A}_m$ ,  ${}_b\mathbf{B}_m$  diperoleh dari penguraian nilai singular matriks :  $\mathbf{T} = \mathbf{D}_r^{-1/2} (\mathbf{P} - \mathbf{rc}') \mathbf{D}_c^{-1/2}$

dan berlaku :

$$\mathbf{A}'\mathbf{D}_r^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{I}_m \quad \text{dan} \quad \mathbf{B}'\mathbf{D}_c^{-1}\mathbf{B} = \mathbf{I}_m$$

$\mathbf{\Lambda}$  merupakan matriks diagonal dengan unsur-unsur diagonalnya adalah nilai singular  $\lambda_1, \dots, \lambda_m$  dari  $(\mathbf{P} - \mathbf{rc}')$

# Koordinat Baris dan Kolom

---

- # Koordinat matriks baris adalah k kolom pertama dari matriks :

$$\mathbf{F} = \mathbf{D}_r^{-1} \mathbf{A} \mathbf{\Lambda}$$

- # Koordinat matriks kolom adalah k kolom pertama dari matriks :

$$\mathbf{G} = \mathbf{D}_c^{-1} \mathbf{B} \mathbf{\Lambda}$$

Plot antara 2 kolom pertama matriks  $\mathbf{F}$  dgn 2 kolom pertama matriks  $\mathbf{G} \Rightarrow$  Plot simetrik

---



# Ilustrasi



- # Melihat bagaimana citra bank-bank yang berada di lima kota besar (Jakarta, Surabaya, Medan, Bandung dan Semarang) dengan menggunakan metode korespondensi.

# Sumber data

---

- # Data ini adalah data primer hasil survei PT. Marketing Research Indonesia (MRI) tentang citra masyarakat terhadap bank-bank di Indonesia pada bulan Januari 1997.
  - # Target respondennya adalah:
    - Pria dan wanita berusia 15-60 tahun
    - Penghasilan minimum Rp 150.000,00
    - Menjadi nasabah di suatu bank
-

# Bank-bank yang menjadi target

## Bank Pemerintah

1. Bank BNI'46
2. Bank BRI
3. Bank BDN
4. Bank Exim
5. Bank BTN
6. Bank Bapindo
7. Bank BPD

## Bank Swasta

1. Bank BCA
2. Bank Lippo
3. Bank Niaga
4. Bank Danamon
5. Bank Bali
6. Bank BII
7. Bank Duta
8. Bank Bira
9. Bank Utama
10. Bank Universal

## Bank Swasta

1. Bank Buana
2. Bank Modern
3. Bank SBU
4. Bank Tamara
5. Bank BUN
6. Bank Panin
7. Bank BHS
8. Bank Bukopin
9. Bank Pacific
10. Bank BDNI

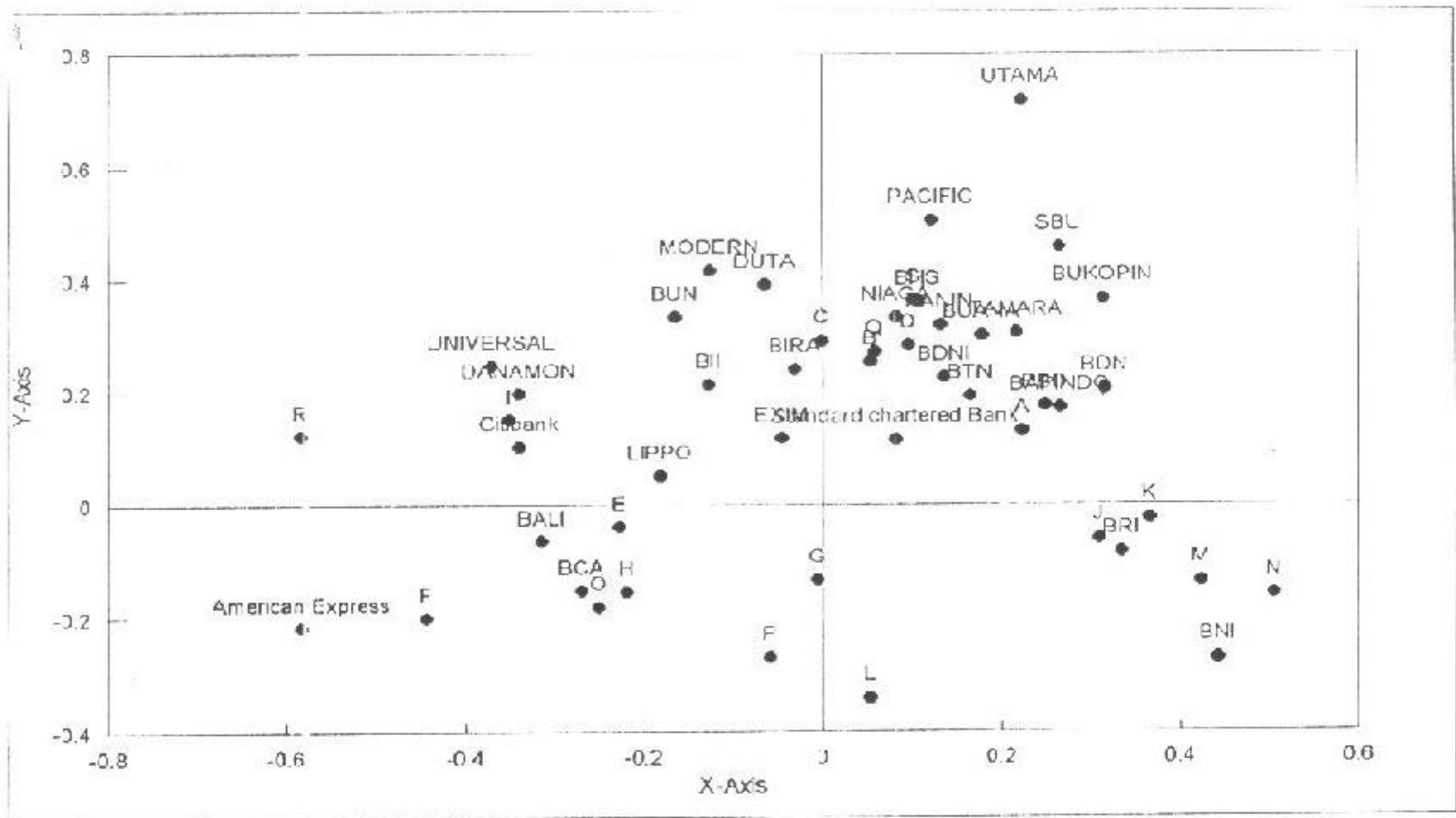
## Bank Asing

1. Citibank
2. Standard Chartered Bank
3. American Express Bank

# Atribut Untuk Mengukur Citra Bank

- A. Lokasinya strategis**
- B. Pelayanannya Profesional**
- C. Pelayanannya Cepat**
- D. Pelayanan staff-nya ramah**
- E. Produknya bervariasi**
- F. Memiliki fasilitas modern**
- G. Memiliki layanan pembayaran rekening tertentu**
- H. Memberikan hadiah/undian**
- I. Memberikan bunga lebih tinggi**
- J. Setoran awal/minimalnya kecil**
- K. Biaya administrasinya rendah**
- L. Cabangnya banyak**
- M. Bank yang terpercaya**
- N. Keamanannya terjamin**
- O. Didukung oleh grup yang kuat**
- P. Bank-nya terkenal**
- Q. Ada teman/saudara di bank tersebut**
- R. Iklannya bagus**
- S. Bank yang sesuai untuk saya**

# Plot Korespondensi



Gambar 1. Plot Hasil Korespondensi

# Interpretasi Gambar

---

Atribut terbagi menjadi 5 kelompok besar, yaitu:

1. **Atribut A,B,C,D,Q dan S bergerombol berdekatan dengan hampir semua bank yang ada.**
  2. **Atribut I dan R terlihat bergerombol dan relatif dekat dengan bank Danamon, Citibank dan Universal.**
  3. **Atribut E,F,O dan H terlihat bergerombol dan relatif dekat dengan bank BCA, Bali, American Express dan Lippo.**
  4. **Atribut G,P dan L terlihat bergerombol dan relatif dekat dengan bank BCA, BRI dan BNI.**
  5. **Atribut J,K,M dan N terlihat bergerombol dan relatif dekat dengan bank BRI dan BNI**
-