



ANALISIS BIPLLOT



PENGANTAR

- Biplot diperkenalkan pertama kali oleh Gabriel (1971) → sehingga sering disebut sebagai Gabriel's biplot.
- Metode ini tergolong dalam analisis eksplorasi peubah ganda yang ditujukan untuk menyajikan data peubah ganda dalam peta dua dimensi, sehingga perilaku data mudah dilihat dan diinterpretasikan.



DEFINISI

Biplot adalah teknik statistika deskriptif yang dapat disajikan secara visual guna menyajikan secara simultan n obyek pengamatan dan p peubah dalam ruang bidang datar, sehingga ciri-ciri peubah dan obyek pengamatan serta posisi relatif antar obyek pengamatan dengan peubah dapat dianalisis. (Jolliffe, 1986 & Rawlings 1988).



INFORMASI YANG BISA DIAMBIL DARI BIPLOT

1. Hubungan antar peubah
2. Kemiripan relatif antar obyek pengamatan
3. Posisi relatif antar obyek pengamatan dengan peubah

Yang perlu diperhatikan dalam Biplot

- Merupakan pereduksian dari ruang berdimensi besar ke ruang dimensi dua

Konsekuensi \Rightarrow berkurangnya informasi yang terkandung dalam biplot \Rightarrow minimal 70% informasi yang terkandung dalam Biplot



TEORI BIPLLOT

Biplot merupakan teknik statistika deskriptif dimensi ganda yang mendasarkan pada penguraian nilai singular (PNS) atau *Singular Value Decomposition* (SVD).

Misalkan suatu matriks data \mathbf{X} berukuran $n \times p$ yang berisi n pengamatan dan p peubah yang dikoreksi terhadap nilai rata-ratanya dan berpangkat r , dapat dituliskan menjadi

$$\mathbf{X} = \mathbf{U} \mathbf{L} \mathbf{A}'$$



Lanjutan

Keterangan :

matriks **U** dan **A** masing-masing berukuran $(n \times r)$ dan $(p \times r)$ sehingga $\mathbf{U}'\mathbf{U} = \mathbf{A}'\mathbf{A} = \mathbf{I}_r$

L adalah matrik diagonal berukuran $(r \times r)$ dengan unsur-unsur diagonalnya adalah akar kuadrat dari akar ciri $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ atau $\mathbf{X}\mathbf{X}'$ sehingga

$$\sqrt{\lambda_1} \geq \sqrt{\lambda_2} \geq \dots \geq \sqrt{\lambda_r}$$



Lanjutan

Kolom matriks \mathbf{A} adalah vektor ciri yang berpadanan dengan akar ciri λ dari matriks $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ atau $\mathbf{X}\mathbf{X}'$.

Lajur-lajur matriks \mathbf{U} dapat dihitung melalui :

$$U_i = \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}} \times a_i$$

Dengan λ_i adalah akar ciri ke- i dari matriks $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ dan a_i adalah lajur ke- i matriks \mathbf{A} .

Secara matematis SVD dapat ditulis

$${}_n X_r = {}_n U_r r L_r r A_p$$

$$U = \left\{ \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \times a_1, \frac{1}{\sqrt{\lambda_2}} \times a_2, \dots, \frac{1}{\sqrt{\lambda_r}} \times a_r \right\}$$

$$L = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{\lambda_r} \end{bmatrix}$$

$$A = [a_1, a_2, \dots, a_r]$$

Lanjutan

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad X &= U L^\alpha L^{1-\alpha} A' \\ &= G H' \end{aligned}$$

$$\blacksquare \quad \text{Misalkan } \mathbf{G} = \mathbf{U} \mathbf{L}^\alpha \text{ serta } \mathbf{H}' = \mathbf{L}^{1-\alpha} \mathbf{A}'$$

Unsur ke- (i,j) matriks \mathbf{X} dapat dituliskan sbb :

$$X_{ij} = \mathbf{g}_i' \mathbf{h}_j$$

dimana: $i = 1, 2, 3, \dots, n$ $j = 1, 2, 3, \dots, p$

dengan \mathbf{g}_i' dan \mathbf{h}_j' masing-masing merupakan baris-baris matriks \mathbf{G} dan \mathbf{H}

Jika $r(\mathbf{X})=2$ maka \mathbf{g}_i dan \mathbf{h}_j digambarkan dalam ruang berdimensi 2

Lanjutan

- Jika $\alpha = 1$, maka $G = UL$ dan $H = A$, sehingga diperoleh hubungan:

$$\begin{aligned}XX' &= (GH')(GH')' \\ &= GH' HG' \\ &= GA' AG' \\ &= GG'\end{aligned}$$

- Jika $\alpha = 0$ maka $G = U$ dan $H = AL$, sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}X'X &= (GH')'(GH') \\ &= HG' GH' \\ &= HU' UH' \\ &= HH'\end{aligned}$$

Interpretasi dan Informasi yang diperoleh dari Biplot

1. Kedekatan antar obyek.

Dua obyek dengan karakteristik sama akan digambarkan sebagai dua faktor yang posisi-nya berdekatan.

2. Keragaman peubah.

Peubah dengan keragaman kecil digambarkan sebagai vektor yang pendek. Begitu pula sebaliknya.



Lanjutan

3. Hubungan antar peubah :

Jika sudut dua peubah $< 90^0$ maka korelasi bersifat positif

Jika sudut dua peubah $> 90^0$ maka korelasi bersifat negatif

Semakin kecil sudutnya, maka semakin kuat korelasinya.

4. Nilai peubah pada suatu obyek.

Karakteristik suatu obyek bisa disimpulkan dari posisi relatifnya yang paling dekat dengan suatu peubah.



Ukuran keragaman Biplot

- Besarnya keragaman yang diterangkan oleh biplot didefinisikan sebagai

$$\rho_2 = (\lambda_1 + \lambda_2) / \sum \lambda_k$$

keterangan:

λ_1 = Akar ciri terbesar pertama

λ_2 = Akar ciri terbesar kedua

λ_i = Akar ciri terbesar ke-I dari $\mathbf{X}'\mathbf{X}$

$i = 1, 2, \dots, k.$



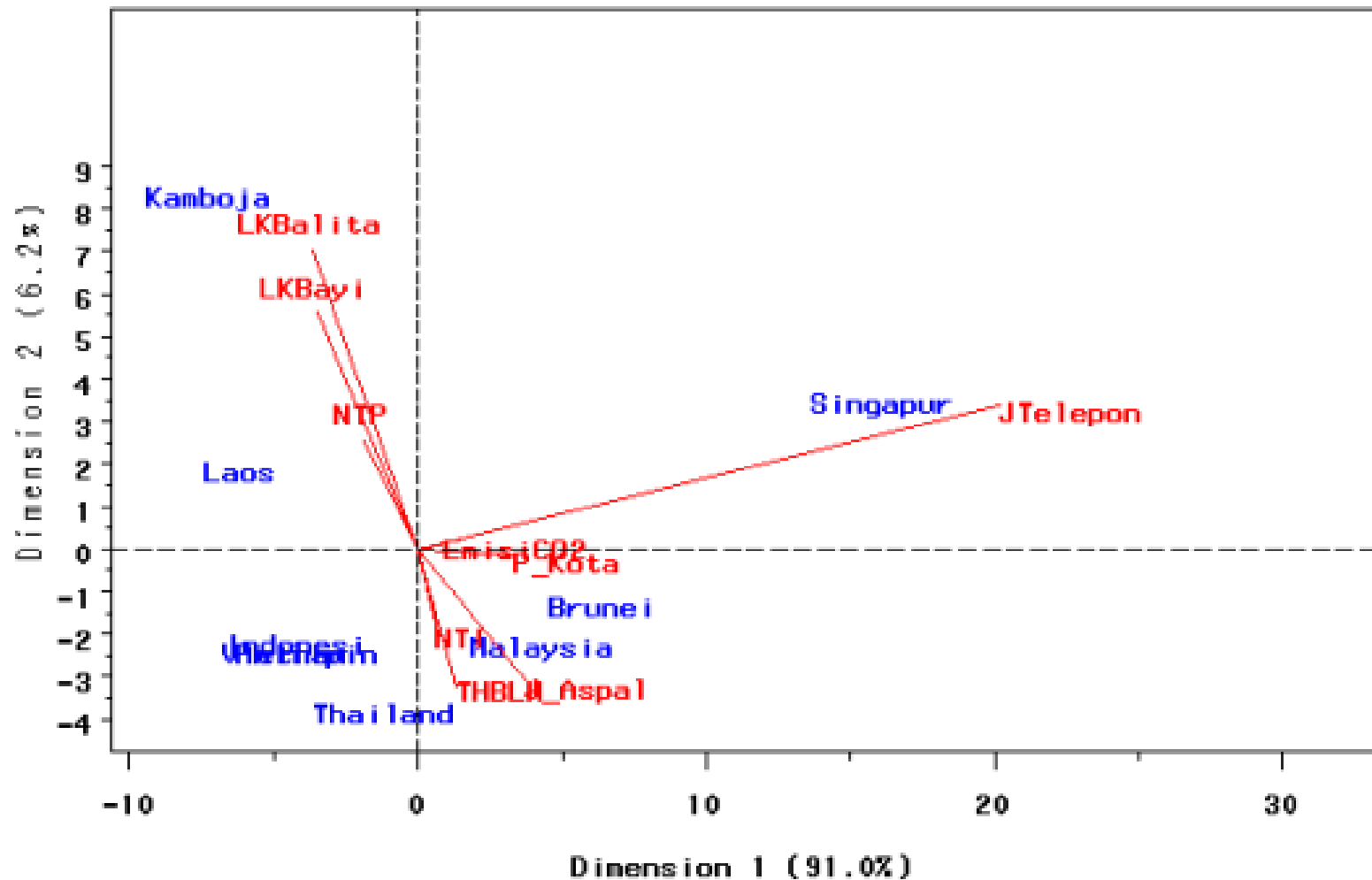
Ilustrasi

- Ilustrasi berikut memberikan penerapan BIPLLOT untuk menilai posisi relatif sembilan negara ASEAN menurut indikator pembangunan berkelanjutan (*sustatinable development indicators*). Ada 9 variabel yang dimasukkan. Data yang tercatat tercantum pada Tabel 1.

Tabel 1. Data Indikator Pembangunan Berkelanjutan Negara-Negara ASEAN

negara	% Nilai Tambah Pertanian	Emisi CO2	% Nilai Tambah Industri	Total Harapan Bayi Lahir Hidup	Laju Kematian Bayi	Laju Kematian Balita	% Jalan Aspal	Jaringan Telepon per 1000 orang	% Penduduk Kota
Brunei	285	17.360	44.41	75.70	8.70	11.40	75.00	247.00	71.00
Kamboja	50.63	0.050	14.76	24.00	102.00	143.00	7.50	1.80	15.22
Indonesia	18.08	1.285	45.23	65.00	43.00	52.00	46.30	27.00	38.78
Laos	52.63	0.070	21.95	54.00	96.00	52.00	13.80	5.50	22.38
Malaysia	13.26	6.225	43.59	72.00	8.00	12.00	75.30	202.00	55.92
Philipina	17.42	1.070	31.30	69.00	32.00	40.00	19.80	34.10	56.76
Singapura	0.19	20.805	35.35	77.00	4.00	6.00	97.30	460.00	100.00
Thailand	12.67	3.755	37.82	72.00	29.00	33.00	97.50	83.50	20.96
Vietnam	25.75	0.575	32.59	68.00	34.00	42.00	25.10	22.40	19.58

Hasil Biplot



Interpretasi Hasil

- Singapura merupakan negara dengan penduduk yang semuanya tinggal di kota dan memiliki jaringan telepon tertinggi, namun juga emisi CO₂ yang besar
- Bruney dan Malaysia merupakan dua negara dengan indikator yang hampir mirip
- Sedangkan Indonesia, Philipina dan Thailand membentuk kelompok tersendiri
- Laos dan Kamboja merupakan kelompok berikutnya dengan ciri persentasi nilai tambah pertanian yang tinggi, serta laju kematian bayi dan laju kematian balita yang besar
- Nilai tambah industri dan nilai tambah pertanian, keduanya berhubungan negatif
- Laju kematian bayi dan balita dengan tingkat harapan bayi lahir hidup mempunyai hubungan yang negatif