Aljabar Matriks

Teras dan Determinan Matriks Persegi

Teras Matriks

Teras dari sebuah matriks persegi ${}_n\mathbf{A}_n$ dilambangkan tr(**A**) didefinisikan sebagai

$$tr(\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \\ 5 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & 6 \end{bmatrix} \longrightarrow \quad tr(\mathbf{A}) = 1 + 2 + 1 + 6 = 10$$

SifatTeras Matriks

- $\mathrm{tr}(\mathbf{A}') = \mathrm{tr}(\mathbf{A})$
- Untuk ${}_m\mathbf{A}_n$ dan ${}_n\mathbf{B}_m$ sembarang matriks real, $\mathrm{tr}(\mathbf{AB}) = \mathrm{tr}(\mathbf{BA})$

BUKTIKAN SIFAT di ATAS

Determinan Matriks

Determinan dari suatu matriks persegi ${}_n\mathbf{A}_n$ dilambangkan det(**A**) atau |**A**|, didefinisikan sebagai:

1. det(A) = a_{11} untuk n = 1
2. det(A) = $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ untuk n = 2

Selanjutnya untuk n > 2

3. det(**A**) = $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}C_{ij}$ untuk sembarang baris ke-i, atau

   det(**A**) = $\sum_{i=1}^{n} a_{ij}C_{ij}$ untuk sembarang kolom ke-j

Determinan Matriks (lanjutan)

dengan

$C_{ij} = (-1)^{i+j} \det(\mathbf{A}_{ij})$

dan

$\mathbf{A}_{ij}$ adalah matriks minor yaitu anak matriks **A** yang dibuang baris ke-i dan kolom ke-j nya

Sifat-sifat Determinan

- Jika ${}_n\mathbf{A}_n$ adalah matriks diagonal, maka

  $\det(\mathbf{A}) = \prod a_{ii} = a_{11} \times a_{22} \times \ldots \times a_{nn}$

- Jika ${}_n\mathbf{A}_n$ adalah matriks segitiga atas/bawah, maka

  $\det(\mathbf{A}) = \prod a_{ii} = a_{11} \times a_{22} \times \ldots \times a_{nn}$

Sifat-Sifat Determinan

- det(**AB**) = det(**A**) x det(**B**)
- Jika **A** memiliki baris atau kolom yang seluruhnya bernilai **0** (nol) maka det(**A**) = 0
- Jika **A** memiliki sedikitnya dua baris atau dua kolom yang unsurnya bernilai sama maka det(**A**) = 0

Sifat-Sifat Determinan

- Jika matriks **B** diperoleh dengan cara menukar posisi dari dua buah baris (atau kolom) matriks **A**, maka det(**B**) = -det(**A**)

- Jika matriks **B** memiliki unsur yang sama dengan matriks **A** kecuali pada satu baris ke-i, $\mathbf{b}_i = c\mathbf{a}_i$ maka det(**B**) = c det(**A**)

Sifat-sifat Determinan

- Jika c adalah sebuah konstanta dan **A** adalah matriks persegi berukuran n x n, maka det(c**A**) = c^n det(A)