Statistika Inferensia:

Pendugaan Parameter

STK211 Metode Statistika

PENDAHULUAN

- **Review**:
  - Populasi:
    - Parameter: Nilai Tengah (μ), Simpangan baku (σ), Proporsi (π)
  - Contoh:
    - Statistik: rataan(x), simpangan baku (s), Proporsi (p)
- Semua anggota populasi umumnya tidak bisa diperoleh --> parameter tidak diketahui
- Suatu contoh diambil dari sebagian anggota populasi --> statistik digunakan sebagai penduga parameter

PENDAHULUAN

- Suatu statistik diperoleh sebagai penduga titik parameter
- Suatu statistik tidak selalu bernilai sama persis dengan parameter sehingga lebih disukai dalam suatu selang yang disebut penduga selang
- Bagaimana mendapatkan penduga selang?
- Perhatikan: Setiap pengambilan contoh yang berbeda akan menghasilkan statistik berbeda
- Sehingga statistik merupakan sebuah peubah acak --> memiliki sebaran peluang
- Selang suatu penduga didapatkan dari sebaran peluang peubah acak suatu statistik

PENDAHULUAN

- Suatu penduga dikatakan terbaik, jika memiliki sifat:
  - Tak Bias, yaitu Nilai Harapan penduga (statistik) sama dengan nilai parameter --> $E\left(\hat{\theta}\right) = \theta$
  - Efisien, yaitu Diantara penduga yang ragamnya paling kecil
  - Konsisten, yaitu semakin besar ukuran contoh maka ragam penduga makin kecil

PENDUGA PARAMETER NILAI TENGAH (μ)

- $\bar{x}$ adalah penduga terbaik untuk Nilai Tengah (μ).
- Dari teori sebaran penarikan contoh, diketahui sebaran $\bar{x} \sim \text{Normal}\,(\mu, \sigma^2/n)$, jika ***X*** ~ Normal atau *n* besar
- Kita tahu dari suatu sebaran normal baku:

$$P(-Z_{\alpha/2} < Z < Z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$$

- atau:

$$P(-Z_{\alpha/2} < \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < Z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$$

PENDUGA PARAMETER NILAI TENGAH (μ)

- Nilai antara

$$\left[\overline{\mathrm{X}} - \mathrm{z}_{\frac{\alpha}{2}} \sigma / \sqrt{n} \;\; ; \;\; \overline{\mathrm{X}} + \mathrm{z}_{\frac{\alpha}{2}} \sigma / \sqrt{n}\right]$$

- akan memiliki peluang 1 - α, sehingga kemudian ini adalah penduga selang dan sering disebut:
- Selang Kepercayaan (1 - α) % bagi Nilai Tengah (μ).
- Apabila *σ* tidak diketahui dan digunakan *s*, makaSelang Kepercayaan (1 - α) % bagi Nilai Tengah (μ) menjadi:

$$\left[\overline{\mathrm{X}} - \mathrm{t}_{\frac{\alpha}{2}, \mathrm{db}} s / \sqrt{n} \;\; ; \;\; \overline{\mathrm{X}} + \mathrm{t}_{\frac{\alpha}{2}, \mathrm{db}} s / \sqrt{n}\right]$$

Teladan

- Sebuah mesin minuman ringan diatur sehingga banyaknya minuman yang dikeluarkan menyebar normal dengan simpangan baku 1.5 dl. Tentukan selang kepercayaan 95% dan 99% bagi rata-rata banyaknya minuman yang dikeluarkan oleh mesin ini, bila suatu contoh acak 36 gelas mempunyai isi rata-rata 22.5 dl.
- Seorang ahli hendak menentukan waktu yang diperlukan untuk membuat tiga lubang pada suatu penjepit logam. Berapa besar contoh yang diperlukan agar ia percaya 95% bahwa rata-rata contohnya berada dalam 15 detik dari nilai tengah yang sesungguhnya? Anggap bahwa dari penelitian terdahulu diketahui bahwa $\sigma=40$ detik.

PENDUGA PARAMETER SELISIH $\mu_1 - \mu_2$

- $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ adalah penduga terbaik bagi $\mu_1 - \mu_2$
- Dari teori sebaran penarikan contoh:

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim \text{Normal}\left(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$$

- jika X_1 dan X_2 ~ Normal atau n_1 dan n_2 besar.
- Dengan cara yang sama diperoleh selang kepercayaan (1 - α) % bagi $(\mu_1 - \mu_2)$:

$$\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) \pm Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

PENDUGA PARAMETER SELISIH $\mu_1 - \mu_2$

- Apabila σ tidak diketahui dan digunakan *s*, maka:
- Jika $\sigma_1 = \sigma_2$, selang kepercayaan (1 - α) % bagi $(\mu_1 - \mu_2)$:

$$\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right) \pm t_{(db=n_1+n_2-2;\alpha/2)} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

PENDUGA PARAMETER SELISIH $\mu_1 - \mu_2$

- Jika $\sigma_1 \neq \sigma_2$, selang kepercayaan (1 - α) % bagi ($\mu_1 - \mu_2$):

$$\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right) \pm t_{(db=\nu;\alpha/2)} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

$$\nu = \frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{[(s_1^2/n_1)^2/(n_1 - 1)] + [(s_2^2/n_2)^2/(n_2 - 1)]}$$

Teladan

- Sembilan belas tanaman jenis tertentu dibagi ke dalam dua kelompok. Kelompok pertama menerima penyinaran normal sedangkan kelompok lainnya menerima penyinaran tertentu, yaitu cahaya tanpa suatu panjang gelombang tertentu. Pada akhir periode pertumbuhan tertentu, diukur biomassa kedua kelompok tanaman. Hitung selang kepercayaan 99% bagi beda rata-rata biomassa kedua kelompok dari ringkasan data sebagai berikut:

Kelompok	n	$\bar{X}$	s
Penyinaran normal	9	5.3	1.10
Penyinaran dengan filter	10	2.1	0.69

PENDUGA PARAMETER PROPORSI (π)

- p (proporsi contoh) merupakan penduga titik bagi π (proporsi populasi)
- p ~ binom(n,π) dan dapat diaproksimasi dengan p ~ Normal (π, π(1-π)/n)
- Seperti pada pendugaan nilai tengah, maka Selang Kepercayaan (1 - α) % bagi π:

$$p \pm Z_{\alpha/2}\sqrt{\pi(1-\pi)/n}$$

- Untuk pendugaan ini p digunakan sebagai pengganti π yang tidak diketahui

Teladan

- Dari suatu contoh acak 1000 rumah di sebuah kota, ditemukan bahwa 628 rumah menggunakan pemanas gas alam. Buat selang kepercayaan 95% bagi proporsi rumah-rumah di kota ini yang menggunakan pemanas gas alam.
- Berapa besarnya ukuran contoh pada latihan no.1 di atas apabila kita ingin percaya 95% bahwa proporsi contoh yang diperoleh akan terletak dalam jarak yang tidak lebih daripada 0.05 dari proporsi populasi yang sebenarnya

Selesai...